

## Badanie przebiegu funkcji jednej zmiennej

Zadanie 1. Wyznaczyć ekstrema, punkty przegięcia i przedziały wypukłości i wklęsłości funkcji:

a)  $f(x) = x^2 \ln x$       b)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x}$       c)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

d)  $f(x) = \sqrt{27 - x^3}$       e)  $f(x) = e^{2x}$       f)  $f(x) = |x^2 - x - 2|$

g)  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 3$       h)  $f(x) = x^5 + 4x^3$        $f(x) = x^4 - 18x^2 - 7$

j)  $f(x) = 4x^3 - 108x + 200$       k)  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4}$       l)  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 20x - 5$

Zadanie 2. Na kole o promieniu  $2 - \sqrt{2}$  opisano trójkąt prostokątny o największym polu. Znaleźć długości boków tego trójkąta.

Zadanie 3. Wyznaczyć ekstrema funkcji:

a)  $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$       b)  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$       c)  $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 30$

d)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Zadanie 4. Wyznaczyć wartość parametru  $a$  tak, by funkcja określona wzorem

$f(x) = \frac{ax - 1}{x + 1}$  miała w punkcie  $x_0 = 3$  ekstremum.

Zadanie 5. Zbadać dla jakich wartości parametrów  $p$  i  $q$  funkcja  $f(x) = x^3 - px + q$  ma ekstrema. Wyznaczyć punkty, w których funkcja ma maksimum oraz minimum.